TEMĂ SEMINAR

Problema 9.1.25.7

Utilizând strategia mulţimii suport demonstraţi că are loc următoarea deducţie:

¬p → q ∨ r,¬q, p → q |− ¬ ( p ∨ q) ∧ r

Rezolvare

Teoremă:

U1, U2 ,…, Un |- V ⬄ FNC(U1U2 ...  Un ¬V ) |- Res □

¬ p→ q ∨ r,¬q, p → q |− ¬ ( p ∨ q) ∧ r ⬄

{¬p → q ∨ r,¬q, p → q, ¬ (¬ ( p ∨ q) ∧ r)} inconsistentă (?)

U1= ¬p → q ∨ r =

= ¬p → q ∨ r =

= (¬ ¬p) ∨ (q ∨ r) =

= (¬ ¬p) ∨ (q ∨ r) =

= (p) ∨ (q ∨ r) =

= p ∨ q ∨ r=C1

U2= ¬q=C2

U3= p → q =

= p → q =

= ¬p ∨ q=C3

U4= ¬ (¬ (p ∨ q) ∧ r) =

= ¬ (¬ (p ∨ q) ∧ r) =

= ¬ ¬ (p ∨ q) ∨ ¬r =

= (p ∨ q) ∨ ¬r =

= (p ∨ q) ∨ ¬r =

= p ∨ q ∨ ¬r=C4

C1= p ∨ q ∨ r

C2= ¬q

C3= ¬p ∨ q

C4= p ∨ q ∨ ¬r

S2={ p ∨ q ∨ r, ¬q, ¬p ∨ q, p ∨ q ∨ ¬r}

C1 C2 C3 C4

Avem nevoie de o mulțime Y pentru care S2 \Y este consistentă. Ar fi mai ușor să căutăm mulțimea S2\Y care să fie consistentă, adică să aibă cel puțin un model.

Fie S2\Y= S1. Dacă S1={C2,C3,C1} avem:

¬q ∧ (¬p ∨ q) ∧ (p ∨ q ∨ r)

C2 C3 C1

Pentru o interpretare în care i(p)=F, i(q)=F, i(r)=F, vom obține:

T ∧ (T ∨ F) ∧ (F ∨ F ∨ T) =

= T ∧ (T ∨ F) ∧ (F ∨ F ∨ T) =

= T ∧ T ∧ T=

= T

* Avem cel puțin un model ⇨ S1={C2,C3,C4}=S2\Y este consistentă.

S2\Y= S1 ⬄ {C1,C2,C3,C4}\Y={C2,C3,C4} ⇨

⇨ Y={C4}

S2\Y consistentă ⇨ Y este mulțime suport

Vom aplica strategia mulțimii suport cu mulțimea Y={C4}

Definiție:

**Rezoluția mulțimii suport** este rezoluția a două clauze care nu aparțin amândouă mulțimii S2\Y.

S2\Y={C2,C3,C1}, Y={C4}

C1= p ∨ q ∨ r

C2= ¬q

C3= ¬p ∨ q

C4= p ∨ q ∨ ¬r

C5= Resr (C1,C4)= p ∨ q

C6= Resq (C2,C4)= p ∨ ¬r

C7= Resq (C2,C5)=p

C8= Resp (C3,C4)= q ∨ ¬r

C9= Resq (C2,C8)= ¬r

C5= Resq (C1,C9)=p sau q

C11= Resq (C5,C3)=q

C12= Resq (C11,C2)= □

Clauza vidă se deduce din mulțimea S2 ⇨

{¬p → q ∨ r,¬q, p → q, ¬ (¬ ( p ∨ q) ∧ r)} inconsistenta

Aplicând inversa teoremei deducției se obține:

¬p → q ∨ r,¬q, p → q |− ¬ ( p ∨ q) ∧ r

(Q.E.D.)